



**HAL**  
open science

## Monte Carlo et sensibilité géométrique, modèle de transport de sensibilité

Paule Lapeyre, Stéphane Blanco, Cyril Caliot, Mouna El-Hafi, Richard A Fournier

► **To cite this version:**

Paule Lapeyre, Stéphane Blanco, Cyril Caliot, Mouna El-Hafi, Richard A Fournier. Monte Carlo et sensibilité géométrique, modèle de transport de sensibilité. SFT 2020 - 28 ème congrès Français de Thermique, Jun 2020, Belfort, France. pp.577-584, 10.25855/SFT2020-061 . hal-02928687

**HAL Id: hal-02928687**

**<https://imt-mines-albi.hal.science/hal-02928687>**

Submitted on 2 Sep 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Monte Carlo et sensibilité géométrique, modèle de transport de sensibilité

## Monte-Carlo and domain deformation, the sensitivity transport models

Paule LAPEYRE<sup>1\*</sup>, Stéphane BLANCO<sup>2</sup>, Cyril CALIOT<sup>1</sup>, Mouna EL HAFT<sup>3</sup>, Richard FOURNIER<sup>2</sup>

<sup>1</sup>PROMES CNRS, Université Perpignan Via Domitia  
7, rue du Four Solaire, 66120 Font Romeu Odeillo, France.

<sup>2</sup>LAPLACE, UMR 5213 - Université Paul Sabatier  
118, Route de Narbonne - 31062 Toulouse Cedex, France.

<sup>3</sup> Université Fédérale de Toulouse Midi-Pyrénées, Mines Albi, UMR CNRS 5302, Centre RAPSODEE,  
Campus Jarlard, F-81013 Albi CT Cedex

\*(auteur correspondant : paule.lapeyre@promes.cnrs.fr)

**Résumé** - Nous cherchons à estimer les dérivées de formes de fonctions objectif définies pour l'étude de procédés énergétiques. Devant les limites de l'approche standard d'estimation des sensibilités géométriques par la méthode de Monte-Carlo une nouvelle méthode est présentée. Un nouvel algorithme de sensibilité est détaillé afin d'étendre sa mise en œuvre, par deux exemples, à des configurations à géométries complexes avec diffusion multiple et milieu semi-transparent.

**Mots-clés** : Méthode de Monte-Carlo ; Sensibilité à la géométrie ; Optimisation de forme ; Transferts Radiatifs ; Transport de sensibilité.

**Abstract** - We address the question of evaluating shape derivatives of objective functions defined for the study of energy processes involving semi-transparent media. Facing the limits of the standard approach to estimate geometric sensitivities by the Monte-Carlo method a new method is presented. A new sensitivity algorithm is detailed in order to extend its implementation, from two examples, in configurations with complex geometries with multiple diffusion and a semi-transparent medium.

**Keywords:** Monte-Carlo method; Shape sensitivities; Shape optimization; Radiative transfer; Sensitivity transport.

## 1. Introduction

L'étude des procédés d'ingénierie peut être appuyée par des méthodes numériques d'optimisation, le but de ces méthodes est de déterminer le jeu de paramètres de conception (noté  $\pi$ ) le plus performant par rapport à un objectif donné. Le principe est de trouver un extremum de la fonction objectif (notée  $J(\pi)$ ) en intervenant sur le jeu de paramètres : parmi les différentes méthodes d'optimisation certaines sont utilisées pour trouver des extrema locaux (descentes de gradients), d'autres pour trouver des extrema globaux (méthodes stochastiques). Dans les deux cas la connaissance des sensibilités de  $J(\pi)$  par rapport à  $\pi$  est une information précieuse ([1],[2]).

Notre travail s'inscrit dans un contexte énergétique pour lequel les transferts radiatifs sont une composante majeure des transferts de chaleur, dans ce papier nous nous concentrerons donc sur des fonctions objectif radiatives. Dans le but de gérer la complexité géométrique de telles

configurations les modèles de transfert sont résolus par la méthode de Monte-Carlo. Grâce à sa nature statistique la méthode de Monte-Carlo est habituellement utilisée comme une référence pour d'autres approches numériques, notamment dans le cas de configurations à haut niveau de complexité (propriétés radiatives et géométrie) ([3]).

Son extension à l'évaluation de fonctions objectif qui sont exprimées sous forme intégrale a ouvert le champ de ses applications. Dans ce contexte un des principaux avantages de la méthode est sa capacité à estimer une fonction objectif et ses dérivées en utilisant le même algorithme et sans aucun temps de calcul supplémentaire ([4]). Cependant cet avantage a des limites, il a été montré dans [5] que lorsqu'une fonction est exprimée sous forme intégrale et dérivée telle quelle, l'utilisation de la méthode de Monte-Carlo pour calculer sa sensibilité aux paramètres géométriques conduit souvent à des difficultés de formalisation et de mise en œuvre.

Ces limitations nous ont menés à reconsidérer les sensibilités géométriques à partir des équations différentielles locales, c'est-à-dire avant d'en arriver à la formulation intégrale de la fonction objectif ([6]). Le principe est de construire un modèle de transport de sensibilité, à partir de l'équation de transfert radiatif, et d'en déterminer les conditions aux limites correspondantes, c'est à dire les sources de sensibilités générées par une perturbation de la géométrie.

Nous proposons ici une première généralisation des conditions aux limites du modèle de sensibilité et illustrons leur traduction algorithmique par la méthode de Monte-Carlo.

Le modèle de sensibilité nous permet de calculer les dérivées de forme de fonctions objectif dans des configurations qu'il n'était pas envisageable de traiter avec la méthode classique de calcul de sensibilité géométrique par Monte-Carlo. La première partie de ce travail est consacrée à l'établissement du modèle de sensibilité et de ses conditions aux limites. Nous nous concentrons ici sur l'influence d'un seul paramètre  $\pi$ . Dans un deuxième temps le modèle sera appliqué à un exemple académique détaillé avant de montrer son utilisation sur deux exemples en géométrie complexe.

## 2. Modèle de sensibilité

Les fonctions objectif du transfert radiatif, traitées par Monte-Carlo, sont des intégrales fréquentielles, angulaires et surfaciques (ou volumiques) de fonctions linéaires de la luminance monochromatique  $L$ . Les algorithmes de Monte-Carlo commencent donc par l'échantillonnage des espaces correspondants avant d'évaluer  $L$  à une fréquence donnée, un endroit donné et dans une direction donnée, grâce à l'échantillonnage de chemins radiatifs. Dans ce travail ces échantillonnages préliminaires ne dépendent pas du paramètre géométrique, ils peuvent correspondre par exemple à des paramètres fixes de mesures : la position et orientation d'un capteur, une bande fréquentielle de mesure. L'évaluation de la sensibilité géométrique de la fonction objectif revient donc à estimer la sensibilité de  $L$  par rapport au paramètre géométrique, nos développements théoriques s'en tiendront alors à estimer  $\partial_\pi L$ .

Dans cette section, la sensibilité géométrique de la luminance  $\partial_\pi L$  est introduite au niveau de la modélisation. Autrement dit, au lieu de dériver  $L(\pi)$  exprimée comme une intégrale (Eq. (3)), nous regardons la sensibilité comme une grandeur avec son propre modèle. Ce modèle est obtenu en dérivant l'équation de transfert radiatif (ETR). Ici, nous considérons le cas d'un milieu diffusant (coefficient de diffusion  $k_s$ ), absorbant (coefficient d'absorption  $k_a$ ) mais non émissif (en effet le fait que le milieu soit émissif ne change en rien ce qui suit et n'apporte

aucune idée supplémentaire) :

$$\begin{cases} \mathbf{u} \cdot \nabla L(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \pi) = -(k_a + k_s)L(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \pi) + k_s \int_{4\pi} p(\mathbf{u}'|\mathbf{u}) d\mathbf{u}' L(\mathbf{x}, \mathbf{u}', \pi) \text{ pour } \mathbf{x} \in \Omega \\ L(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \pi) = L_{\partial\Omega(\pi)}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \pi) \text{ pour } \mathbf{x} \in \partial\Omega(\pi) \text{ et } \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} > 0 \end{cases} \quad (1)$$

La dérivation de l'ETR donne

$$\begin{cases} \mathbf{u} \cdot \nabla s(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \pi) = -(k_a + k_s)s(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \pi) + k_s \int_{4\pi} p(\mathbf{u}'|\mathbf{u}) d\mathbf{u}' s(\mathbf{x}, \mathbf{u}', \pi) \text{ pour } \mathbf{x} \in \Omega \\ s(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \pi) = s_{\partial\Omega(\pi)}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \pi) \text{ pour } \mathbf{x} \in \partial\Omega(\pi) \text{ et } \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} > 0 \end{cases} \quad (2)$$

où  $s(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \pi) = \partial_\pi L(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \pi)$ . Puisque le paramètre géométrique  $\pi$  n'intervient qu'aux frontières du domaine les opérateurs de l'Eq. 1 ne sont pas affectés par la dérivation.

On peut donc noter que, dans le domaine  $\Omega$ , l'équation de transport de sensibilité est identique à l'ETR. Cela signifie que, dans le domaine  $\Omega$ , la pratique que nous avons de l'ETR est applicable à l'équation de transport de sensibilité et tous les algorithmes de suivi de la sensibilité seront identiques à ceux de la luminance. Aux frontières, on ne peut pas faire d'équivalent entre les conditions aux limites radiatives et les conditions aux limites de sensibilité. Ces dernières impliquent un couplage avec la luminance et dépendent des propriétés radiatives de la frontière (Eq. 5). L'essentiel du travail est de déterminer ces sources de sensibilité. Dans ce qui suit l'expression des conditions aux limites est donnée puis discutée mais les étapes de sa construction ne sont pas détaillées.

Notons  $L_B$  le champ de luminance entrante à la frontière. Toutes les approches de Monte-Carlo reposent sur une formulation intégrale de la solution de l'ETR de la forme :

$$L(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \pi) = \int_{\mathcal{D}_\Gamma(\pi)} p_\Gamma(\gamma|\mathbf{x}, \mathbf{u}) d\gamma \hat{w}(\gamma, L_B) \quad (3)$$

où  $p_\Gamma$  est la densité de probabilité qu'un chemin  $\gamma$  propage les sources radiatives de la frontière à travers le milieu jusqu'à la position  $\mathbf{x}$  dans la direction  $\mathbf{u}$ . Identiquement, notons  $s_B$  le champ de la sensibilité entrante à la frontière. Immédiatement tout algorithme de Monte-Carlo qui évalue la luminance peut être directement traduit en un algorithme qui évalue la sensibilité, en changeant seulement les sources des conditions aux limites, comme l'indique la formulation intégrale suivante :

$$s(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \pi) = \int_{\mathcal{D}_{\Gamma_\pi}(\pi)} p_{\Gamma_\pi}(\gamma_\pi|\mathbf{x}, \mathbf{u}) d\gamma_\pi \hat{w}(\gamma_\pi, s_B) \quad (4)$$

Les propriétés du milieu, absorbant et diffusant ( $k_a$  et  $k_s$ ), sont préservées au cours du processus et donc l'espace des chemins optiques  $\Gamma$  est identique à celui des chemins de sensibilité  $\Gamma_\pi$ . Ici l'essentiel est que les conditions aux limites de sensibilité sont transportées par les mêmes chemins que les conditions aux limites radiatives et nous pouvons donc utiliser le même jeu d'échantillonnage de chemins pour estimer simultanément les deux quantités.

Cependant, à ce stade, les conditions aux limites en sensibilité sont inconnues. L'objectif principal de la construction du modèle de sensibilité est de formuler ces conditions aux limites. En préservant la généralité des phénomènes d'émission, d'absorption, de réflexion et de diffusion compatible avec l'ETR, ces sensibilités entrantes prennent la forme d'une application linéaire  $\mathcal{L}$  de : la sensibilité sortante dans toutes les directions  $\mathbf{u}'$  (comme pour tout problème de réflexion de la luminance à la frontière mais ici c'est la sensibilité qui est réfléchi), la luminance sortante dans toutes les directions  $\mathbf{u}'$ , la luminance du corps noir à la température locale.

$$s_{\partial\Omega(\pi)}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \pi) = \mathcal{L}(L(\mathbf{x}, \mathbf{u}', \pi), L_b(T(\mathbf{x}, \pi)), s(\mathbf{x}, \mathbf{u}', \pi)) \quad \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} > 0 \quad (5)$$

On remarque que  $L$  apparaît dans cette application. Cela implique que via les conditions aux limites, le modèle de sensibilité est couplé au modèle de luminance : les sources de sensibilité doivent être évaluées à partir de la luminance (Fig. 1) avant d'être propagées dans le domaine.

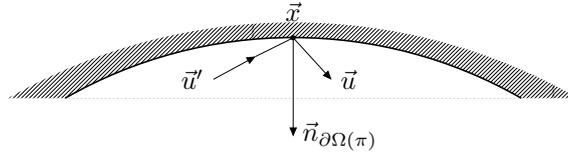


Figure 1 : Schéma illustrant la condition aux limites (Eq. (5)) [9]

### 3. Méthodologie détaillée pour estimer la sensibilité géométrique

Considérons une cavité carrée contenant un milieu semi-transparent, froid, absorbant et diffusant. Les dimensions de la cavité sont définies le long des axes  $x$  et  $y$  et sont infinies le long de l'axe  $z$ . Au centre de la cavité un corps noir de la forme d'un cylindre infini est isotherme de température  $T$ . Les parois sont également noires mais n'émettent aucun rayonnement (Fig. 2). Le milieu semi-transparent est indiqué par  $\Omega$ , et sa frontière  $\partial\Omega(\pi)$  est constituée par les parois de la cavité  $\mathcal{R}(\pi)$  et du cylindre  $\mathcal{F}$ . Le paramètre géométrique  $\pi$  intervient à la frontière de la cavité  $\mathcal{R}(\pi)$  : la déformation est une translation colinéaire au vecteur normal  $\mathbf{n}_{\mathcal{R}(\pi)}$  qui revient à faire une dilatation de la cavité. La fonction objectif est l'absorption locale  $J(\mathbf{x}_0, \pi)$  à

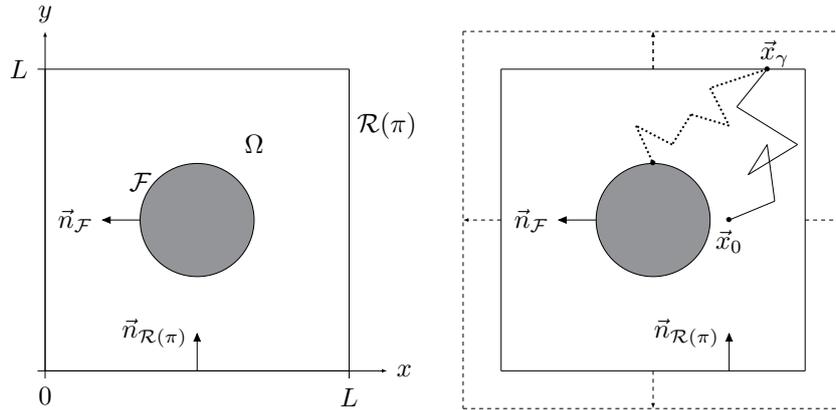


Figure 2 : La figure de gauche représente la cavité composée d'un milieu semi-transparent et d'un corps noir cylindrique de température  $T$  au centre. La figure de droite représente la dilatation de la cavité et le chemin de diffusion multiple (traits continus) représente une réalisation typique d'un chemin radiatif échantillonné dans un algorithme de Monte-Carlo. Le même chemin est utilisé pour la sensibilité. Le chemin en pointillé illustre un chemin radiatif et traduit le couplage des conditions aux limites de sensibilité avec le modèle de transfert radiatif par un algorithme de Monte-Carlo ([9]).

la position  $\mathbf{x}_0$  et nous cherchons à estimer sa dérivée  $\partial_\pi J(\mathbf{x}_0, \pi)$  par rapport à  $\pi$ . Ces grandeurs sont des intégrales sur la sphère unité de  $L$  et  $s$ . Dans le contexte de Monte-Carlo, ces intégrales conduiront simplement à l'échantillonnage d'une direction  $\mathbf{u}_0$  et le problème se réduit à la capacité d'évaluer  $L(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0, \pi)$  et  $s(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0, \pi)$  :

$$J(\mathbf{x}_0, \pi) = \int_{4\pi} k_a L(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0, \pi) d\mathbf{u}_0 \quad (6)$$

$$\partial_\pi J(\mathbf{x}_0, \pi) = \int_{4\pi} k_a s(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0, \pi) d\mathbf{u}_0 \quad (7)$$

Le modèle radiatif est l'ETR (Eq. 1) avec les conditions aux limites  $L(\mathbf{x}_{\mathcal{R}}, \mathbf{u}, \pi) = 0$  et  $L(\mathbf{x}_{\mathcal{F}}, \mathbf{u}) = L_{eq}(T)$ .

### 3.1. Le modèle de sensibilité

Le modèle de sensibilité est l'équation de transport de sensibilité (Eq. 2) et ses conditions aux limites. En fonction de la déformation de la cavité et compte tenu des propriétés radiatives aux frontières  $\mathcal{R}(\pi)$  et  $\mathcal{F}$ , l'application linéaire  $\mathcal{L}$  décrivant les conditions aux limites de sensibilité est ici  $s(\mathbf{x}_{\mathcal{F}}, \mathbf{u}) = 0$  car  $\mathcal{F}$  n'est pas paramétrée par  $\pi$ , et sur  $\mathcal{R}(\pi)$  :

$$s(\mathbf{x}_{\mathcal{R}(\pi)}, \mathbf{u}, \pi) = -\frac{k_s}{\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_{\mathcal{R}}} \int_{4\pi} p(\mathbf{u}|\mathbf{u}') d\mathbf{u}' L(\mathbf{x}, \mathbf{u}', \pi) \quad (8)$$

La condition à la limite associée aux parois de la cavité dépend de la luminance sortante. Nous ne détaillerons pas ici le formalisme qui mène à cette écriture mais la raison pour laquelle la luminance y apparaît est la suivante : lors de l'agrandissement de la cavité, une nouvelle couche du milieu semi-transparent est introduite et cette couche peut interagir avec le rayonnement sortant et le diffuser à nouveau dans la cavité. Cela signifie que pour connaître la condition à la limite de sensibilité dans la direction entrante dans le domaine il faut pouvoir évaluer la luminance sortante en tout point des parois de la cavité.

### 3.2. Propager les sources de sensibilité avec un algorithme de Monte-Carlo standard

Supposons dans un premier temps que la condition à la limite de sensibilité est connue pour toutes les directions entrantes dans le domaine. On peut alors considérer ces sensibilités entrantes comme des sources et penser que les algorithmes de Monte-Carlo les propagent, de la même manière que dans un problème de transfert radiatif standard. Ici, nous voulons évaluer  $s$  à la position  $\mathbf{x}_0$  et dans la direction  $\mathbf{u}_0$ . Nous savons que  $s$  est solution de la même équation que  $L$ , l'approche standard de Monte-Carlo consisterait donc à utiliser un algorithme inverse, exactement comme pour l'estimation de  $L(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0, \pi)$ . Cela signifie simplement que les algorithmes évaluant  $L(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0, \pi)$  et  $s(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0, \pi)$  commencent par les mêmes étapes, et peuvent donc partager les mêmes échantillonnages de chemins : un chemin de diffusion multiple  $\gamma$  est échantillonné, commençant à  $\mathbf{x}_0$  dans la direction  $-\mathbf{u}_0$ , rencontrant des positions de diffusions successives  $\mathbf{x}_i$  selon la loi de Beer de diffusion pure, des directions de diffusion  $-\mathbf{u}_i$  selon la fonction de phase déterminée, jusqu'à atteindre l'une des deux frontières absorbantes à la position  $\mathbf{x}_\gamma$  dans la direction  $-\mathbf{u}_\gamma$  (Fig. 2). Deux poids de Monte-Carlo sont ensuite calculés à partir du même chemin (Fig. 3) : un pour le problème en luminance qui est simplement la valeur de la luminance entrante à  $\mathbf{x}_\gamma$  dans la direction  $\mathbf{u}_\gamma$  atténuée par une absorption continue le long du chemin de longueur  $l_\gamma$  ; un pour le problème en sensibilité, construit exactement de la même manière mais avec la sensibilité entrante, c'est-à-dire  $s(\mathbf{x}_\gamma, \mathbf{u}_\gamma, \pi) \exp(-k_a l_\gamma)$ .

### 3.3. Coupler l'algorithme de Monte-Carlo de la sensibilité avec une estimation de la luminance sortante à la frontière

Comme les sources de sensibilité (c'est à dire ici  $s(\mathbf{x}_\gamma, \mathbf{u}_\gamma, \pi)$ ) sont encore inconnues, l'algorithme décrit ci-dessus ne peut être utilisé tel quel pour la partie sensibilité. Nous devons évaluer l'intensité à  $\mathbf{x}_\gamma$  dans toutes les directions  $\mathbf{u}'$  (Eq. 8). Dans ce but nous utilisons une propriété fondamentale de la méthode de Monte-Carlo : la double randomisation ([7]). La sensibilité est exprimée comme une espérance d'une fonction linéaire de la luminance qui peut elle-même être exprimée comme une espérance, et la loi des espérances nous dit que l'espérance d'une espérance est une espérance, ce qui signifie que la sensibilité peut être estimée en utilisant un seul algorithme de Monte-Carlo, combinant sensibilité et luminance, au lieu de démarrer un nouvel algorithme de Monte-Carlo lorsque la luminance doit être déterminée. C'est exactement

la même idée que pour un algorithme inverse de diffusion multiple par Monte-Carlo. Dans de tels algorithmes, lorsqu'une position de collision a été échantillonnée, le calcul des sources de diffusion demanderait de démarrer un nouvel algorithme de Monte-Carlo pour déterminer les contributions de luminance arrivant à cette position dans toutes les directions. Mais au lieu de cela, une seule direction de diffusion est échantillonnée et un chemin de diffusion multiple est initié pour cette direction uniquement. Ici, le processus est moins intuitif car il combine sensibilité et luminance, mais il est strictement similaire (Fig. 3) : un chemin  $\gamma$  est échantillonné, comme décrit précédemment, de  $(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$  à  $(\mathbf{x}_\gamma, -\mathbf{u}_\gamma)$ ; la source de sensibilité  $s(\mathbf{x}_\gamma, \mathbf{u}_\gamma, \pi)$  est définie (Eq. 8) comme une intégrale sur les directions  $\mathbf{u}'$ , donc l'algorithme échantillonne  $\mathbf{u}'$  (comme on échantillonne la fonction de phase dans un algorithme de diffusion multiple); un nouveau chemin  $\gamma'$  (chemin en pointillé sur la Fig. 2) commence dans la direction  $-\mathbf{u}'$  comme si on évaluait  $L(\mathbf{x}_\gamma, \mathbf{u}', \pi)$  avec un algorithme de Monte-Carlo inverse. L'échantillonnage de  $\mathbf{u}'$

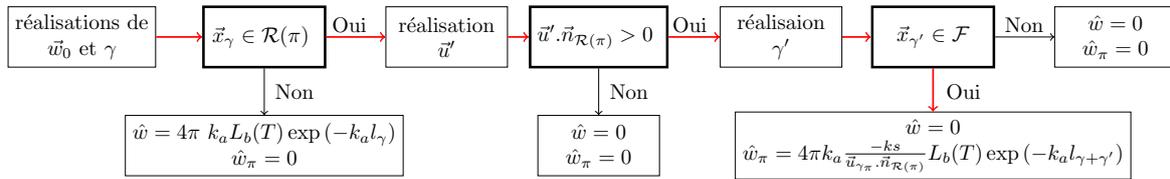


Figure 3 : Schéma algorithmique du calcul de  $J(\mathbf{x}_0, \pi)$  (poids  $\hat{w}$ ) et  $\partial_\pi J(\mathbf{x}_0, \pi)$  (poids  $\hat{w}_\pi$ ).

est isotrope. Si  $\mathbf{u}'$  est orienté vers l'intérieur de la cavité ( $\mathbf{u}' \cdot \mathbf{n}_{\mathcal{R}(\pi)} > 0$ ), la valeur de la luminance est connue : elle est nulle car la paroi de la cavité n'est ni émissive ni réfléchissante. Ainsi, le chemin  $\gamma'$  évaluant la luminance n'est nécessaire que lorsque  $\mathbf{u}'$  est une direction sortante. L'image de droite de la Fig. 2 présente un cas où le poids de Monte-Carlo de la sensibilité a une valeur non nulle (également en flèches en rouge sur la Fig. 3). La Fig. 4 présente les résultats

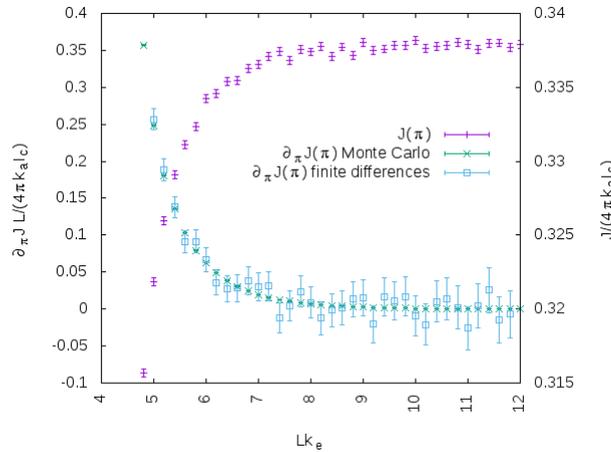


Figure 4 : Les dimensions de la cavité sont définies par une variation  $\delta L$  de  $L$  influençant l'épaisseur optique  $k_e L$ . L'albédo de diffusion est uniforme dans la cavité  $\frac{k_s}{k_e} = 0.5$ . La puissance radiative absorbée et sa sensibilité sont obtenues pour  $2.10^6$  réalisations  $N$  du poids Monte-Carlo ([9]).

issus de la simulation. Afin de valider l'estimation de la sensibilité, les différences finies sont calculées à partir des fonctions objectif estimées par Monte-Carlo pour différentes positions. Cette figure illustre les difficultés typiques rencontrées lors de l'évaluation des sensibilités par différences finies. Si  $\delta L$  est choisi trop petit par rapport à  $L$ , la variance de la différence finie devient trop grande et les résultats sont inexacts. Au contraire, si  $\delta L$  est trop grand, la différence finie converge mais vers une valeur qui ne représente pas la dérivée. Cette difficulté est bien connue lorsque les gradients sont estimés par différenciation (elle est décrite dans la méthode de Kiefer-Wolfowitz basée sur les gradients présentée dans [1]).

#### 4. Extension de la méthode à la géométrie complexe

L'exercice de généralisation des conditions aux limites du modèle de sensibilité nous a permis d'étendre la méthodologie présentée au-dessus à deux exemples de géométrie complexe. L'expression formelle des conditions aux limites n'est pas donnée ici, nous présentons les résultats obtenus comme une illustration du travail méthodologique décrit plus haut.

##### Sensibilité de la puissance radiative collectée par une tour solaire à la taille des héliostats

Dans cette configuration les sensibilités géométriques sont implémentées pour une tour solaire à concentration ([8]). Les héliostats sont considérés comme plans et réfléchissent le rayonnement solaire de façon spéculaire. Nous nous intéressons à la puissance thermique collectée par le récepteur de la tour solaire et à l'influence de la taille des héliostats sur cette grandeur (Fig. 5).

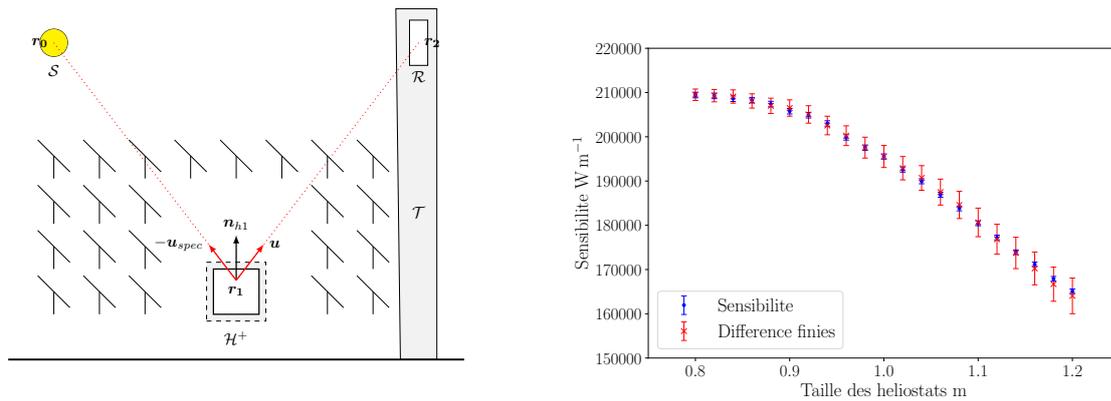


Figure 5 : Résultats pour un champ d'héliostats comprenant 250 miroirs installés avec une disposition radiale étagée. La sensibilité de la puissance thermique est estimée sur une plage de taille d'héliostat de 0.8 m à 1.2 m avec un pas de 0.02 m ( $10^6$  échantillons) ([9]).

##### Sensibilité de la puissance radiative reçue au rayon de la sphère

Dans cette configuration, nous considérons une sphère, décrite paramétriquement, à l'intérieur d'une supershape triangularisée. La sphère est un corps noir isotherme émettant à la température T et la supershape est également un corps noir mais non émissif. Le milieu entre la supershape et la sphère est semi-transparent et non émissif. On cherche la puissance radiative reçue par une partie de la supershape : c'est-à-dire toute la surface de la supershape au-dessus du plan illustré dans la Fig. 6. Le but est d'estimer sa sensibilité au rayon de la sphère.

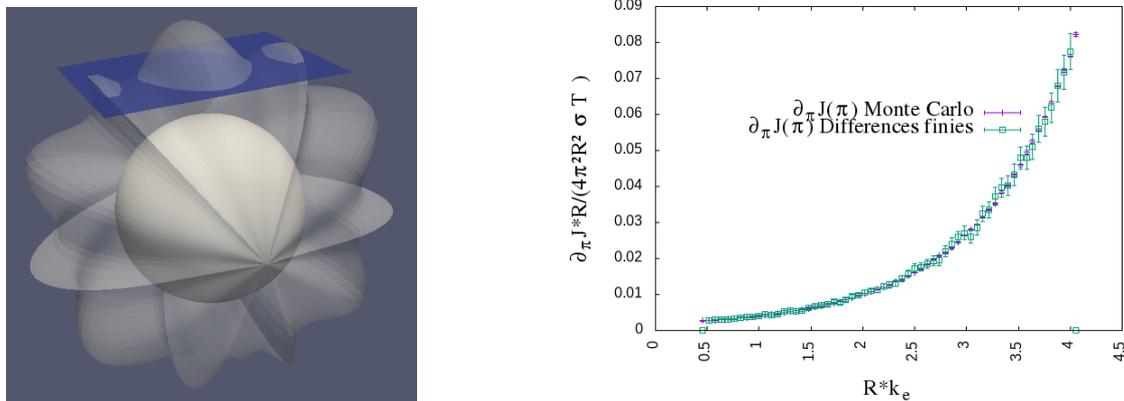


Figure 6 : Le flux radiatif reçu et sa sensibilité sont obtenus pour  $10^6$  réalisations du poids de Monte-Carlo correspondant aux conditions aux limites. La dimension de la sphère est définie par une variation  $\delta r$  du rayon r ([9]).

## 5. Conclusion

La première approche pour l'évaluation des sensibilités par la méthode de Monte-Carlo a consisté à estimer la dérivée à partir de la formulation intégrale de la fonction objectif. Cette approche, bien que rigoureusement justifiée en termes généraux (méthode de la vitesse de déformation [4]), rencontre des difficultés de mise en œuvre quand les sensibilités sont géométriques. Ici, nous avons présenté une approche alternative qui nous permet de traiter des problèmes supposés techniquement insolubles par dérivation directe de la formulation intégrale de  $J(\pi)$ . Cependant, ce développement a un coût algorithmique. Alors que la méthode des vitesses de déformation nous permet de calculer la fonction objectif et sa sensibilité en utilisant exactement les mêmes chemins échantillonnés, la méthode du modèle de sensibilité conduit à un algorithme différent et plus complexe pour la sensibilité que pour la fonction objectif elle-même. Étant donné que la sensibilité et la luminance partagent le même modèle de transport, la fonction objectif et sa sensibilité sont traitées simultanément dans la première partie de l'algorithme. Lorsqu'une frontière paramétrée par  $\pi$  est rencontrée alors un temps de simulation supplémentaire est nécessaire pour traiter le couplage de la sensibilité avec la luminance par les conditions aux limites. Pour l'instant un seul type de déformation a été traité (colinéaire à la normale) bien que nous travaillons à généraliser les déformations de la frontière.

## Références

- [1] K. Daun, D. Morton, J. Howell, Geometric optimization of radiant enclosures containing specular surfaces, *Journal of Heat Transfer* 125 (5) (2003) 845–851
- [2] S. Rukolaine, Shape optimization of radiant enclosure with specular-diffuse surfaces by means of a random search and gradient minimization, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* 151 (2015) 174–191
- [3] N. Villefranque, F. Couvreur, R. Fournier, S. Blanco, C. Cornet, V. Eymet, V. Forest, J.-M. Tregan, A Path-Tracing Monte Carlo Library for 3-D Radiative Transfer in Highly Resolved Cloudy Atmospheres, *Journal of Advances in Modeling Earth Systems* 11 (8) (2019) 2449–2473
- [4] M. Roger, S. Blanco, M. El Hafi, R. Fournier, Monte Carlo Estimates of Domain-Deformation Sensitivities, *Phys. Rev. Lett* 95 (2005) 180601
- [5] J. De la Torre, Calculs de sensibilités par méthode de Monte-Carlo, pour la conception de procédés à énergie solaire concentrée, thèse de l'INPT, 2011.
- [6] J. Dauchet, Analyse radiative des photobioréacteurs, thèse de l'Université Blaise Pascal-Clermont-Ferrand II, 2012.
- [7] A. de Lataillade, S. Blanco, Y. Clergent, J. Dufresne, M. E. Hafi, R. Fournier, Monte Carlo method and sensitivity estimations, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* 75 (5) (2002) 529 – 538, ISSN 0022- 4073
- [8] O. Farges, Conception optimale de centrales solaires à concentration : application aux centrales à tour et aux installations "beam down", thèse de l'Ecole nationale des Mines d'Albi-Carmaux, 2014.
- [9] P. Lapeyre, S. Blanco, C. Caliot, J. Dauchet, M. El Hafi, R. Fournier, O. Farges, J. Gautrais, M. Roger, Monte-Carlo and sensitivity transport models for domain deformation, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* (2020).

## Remerciements

Les auteurs souhaitent exprimer leur gratitude à la région Occitanie, l'Université de Perpignan Via Domitia, les ANR : ANR-10-LBX-22-01-SOLSTICE et HIGH-TUNE ANR-16-CE01-0010.